

בעיות צירופים ב' – פתרונות

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
.1	(2)	.6	(3)
.2	(3)	.7	(2)
.3	(3)	.8	(3)
.4	(1)	.9	(3)
.5	(2)	.10	(3)

הסברים:

1. התשובה הנכונה היא (2). הסבר: מכל עמוד חשמל נמתחים בעצם 11 כבלי חשמל. הסיבה לכך היא שאין כבל המחבר בין עמוד לעצמו. אם כן, תיאורטית נמתחו $12 \cdot 11 = 132$ כבלי חשמל. אבל בחישוב זה מתעלמים מהעובדה שספרנו בעצם כל כבל פעמיים. כלומר, הכבל המחבר בין עמוד א' לעמוד ב' נספר גם כאשר אנו "נמצאים" בעמוד א' וגם כאשר אנו בעמוד ב'. הדבר דומה לשאלת הגלידה שנלמדה בשיעור וגם כאן עלינו לחלק במספר הפריטים הנבחרים בסימן עצרת. במילים אחרות - החישוב הנכון הוא $\frac{12 \cdot 11}{2!} = \frac{12 \cdot 11}{2} = 66$ וזו גם התשובה הנכונה.

2. התשובה הנכונה היא (3). הסבר: קיימות 4 ספרות ראשוניות העונות לדרישות בשאלה- 2,3,5,7. כל אחת מהן יכולה להרכיב את המספר ולכן במקום הראשון יכולה להיות אחת מ-4 הספרות, במקום השני יכולה להיות אחת מ-4 הספרות וכן הלאה.. החישוב הנכון הוא $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^4 = 2^8 = 256$

3. התשובה הנכונה היא (3). הסבר: השאלה דומה לשאלה מספר 1. גם כאן העיקרון זהה- נדמיין את עצמנו בקודקוד אחד של המתומן- במצב זה אנו יכולים לשלוח 5 אלכסונים לקודקודים אחרים (8 קודקודים פחות השניים הסמוכים וזה שאנו נמצאים בו). על תהליך זה ניתן לחזור 8 פעמים מכל קודקוד בנפרד אך בסופו של דבר ספרנו כל אלכסון פעמיים ולכן החישוב הנכון הוא $\frac{8 \cdot 5}{2} = 20$.

מכאן ניתן להסיק גם נוסחה חשובה למספר האלכסונים במצולע כלשהו בעל n קודקודים: $\frac{n(n-3)}{2}$.

4. התשובה הנכונה היא (1). הסבר: שאלה זו ניתנת לפתרון קל בדרך הבאה: חלוקת 6 אסירים ל-2 תאים זהה לחלוטין לבחירת 3 אסירים מתוך 6 אסירים. הסיבה היא שה-3 הנבחרים מגדירים בעצם מיהם השלושה הנותרים שילכו לתא השני. בחירת 3 אסירים מתוך 6 אסירים ללא חשיבות לסדר היא בעיה פשוטה בהרבה והחישוב הוא: $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{6} = 20$

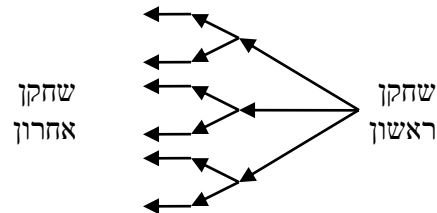
5. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

גם שאלה זו ניתנת לפתרון קל על ידי הבנה מעמיקה של "מה שואלים?". במקרה זה, בחירת 8 קצינים מתוך תשעה ללא חשיבות לסדר הבחירה, זהה לחלוטין לבחירת קצין אחד שאינו זוכה בפרס. כמובן שיש בדיוק 9 אופציות לבחירת קצין אחד מתוך 9 קצינים ולכן 9 היא התשובה המבוקשת.

$$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{8!} = 9 \text{ ומסובך - } 9$$

6. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

בפני השחקן שמתחיל במשחק עומדות 3 אופציות למסירה. ברור כי כל אחת מהמסירות מתחילה בעצם משחק שונה לחלוטין. לשחקן השני יש 2 אופציות בלבד ולשחקן השלישי יש רק אופציה אחת-למסור למי שעוד לא קיבל את הכדור. החישוב המתאים הוא - $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. עם זאת, חשוב לזכור כי איננו יודעים מיהו השחקן הראשון ועל כן ישנן 4 אופציות נוספות לבחירת השחקן הראשון בקבוצה. לכן החישוב המתאים הוא - $4 \cdot 6 = 24$. ניתן גם לצייר את מהלך המשחק ולוודא שקיבלנו את התשובה המתאימה:



גם כאן רואים שבסך הכל מקבלים 6 משחקים אפשריים המוליכים משחקן ראשון לאחרון. בהינתן 4 שחקנים כאופציה א', מספר האפשרויות מוכפל פי 4.

7. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

היות וג'רי מערבב את הדגנים שהוא בוחר, אין חשיבות לסדר בחירתם ולכן מדובר על בחירת 4 פריטים מתוך 6 ללא חשיבות לסדר. החישוב המתאים הוא: $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4!} = 15$.

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4!} = 15$$

ניתן כמובן גם להתייחס לשאלה כאל בחירת 2 הפריטים שנותרים מחוץ לקערה: $\frac{6 \times 5}{2!} = 15$.

8. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

כמו בשאלה הקודמת, גם כאן בוחרים 3 פריטים מתוך 6 ללא חשיבות לסדר.

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = 20$$

9. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

בוחרים 5 פריטים מתוך 10 ללא חשיבות לסדר הבחירה. במקרה זה החישוב הוא:

$$\frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 252$$

10. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

דרך א' – נדמיין כי שורת הבנים עומדת מול שורת הבנות (ניתן אפילו לתאר זאת בציור פשוט). מספר הזוגות האפשריים הוא למעשה מספר הקווים שאנחנו יכולים למתוח בין שתי השורות. כל אחד מ-A הבנים יכול להיות בן זוג של כל אחת מ-A הבנות. יש לנו A אפשרויות לבחירת בן, ולאחר מכן A אפשרויות לבחירת בת. כלומר סה"כ: $A \times A = A^2$. יש לשים לב ולא להתבלבל: אין צורך לחלק את התוצאה ב-2 מפני שאין כאן איברים זהים. בנוסף, יש לשים לב כי כל בן יכול להיות עם כל בת, ואסור להתייחס כאילו אם בן מסוים בחר כבר בת מסוימת אז לבן הבא יש פחות בנות לבחור מתוכן.

דרך ב'- נציב מספר קל כמו 3 עבור A ופשוט נספור את מספר הזוגות האפשריים (9 במקרה זה).