

תרגול בעיות צירופים א' - פתרונות

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
.1	(4)	.6	(3)	.11	(2)	.16	(3)	.21	(1)
.2	(3)	.7	(2)	.12	(1)	.17	(4)	.22	(2)
.3	(2)	.8	(1)	.13	(2)	.18	(4)	.23	(3)
.4	(1)	.9	(4)	.14	(2)	.19	(1)	.24	(4)
.5	(4)	.10	(3)	.15	(3)	.20	(1)	.25	(1)

הסברים:

1. התשובה הנכונה היא (4). הסבר: אנו מתבקשים לקבוע כמה אפשרויות יש להניח 4 פריטים על מדף בשורה. כלומר ישנם ארבעה מיקומים בהם יכולים להיות ממוקמים פריטים. נסרטט את מיקומם: $_ _ _ _$. נתחיל משמאל לימין (למרות שניתן גם להתחיל מימין לשמאל מאחר ואין הגבלה כלשהי בשאלה): במיקום השמאלי ביותר ניתן לבחור מתוך 4 אפשרויות. מיקום אחד ימינה, ניתן לבחור רק מתוך 3 אפשרויות מכיוון שפרי אחד כבר הונח בנקודה השמאלית ביותר. מיקום אחד ימינה ניתן לבחור רק מתוך שני הפירות שנשארו ובמיקום הימני ביותר ניתן לבחור רק פרי אחד – הפרי שאותו עדיין לא מיקמנו. לכן קיבלנו:

$$\overline{4} \overline{3} \overline{2} \overline{1}$$

מכיוון שאנחנו מעוניינים בסידור של כל האפשרויות ולא לבחור ביניהן ("וגם" ולא "או"), נכפול בין האפשרויות ונקבל: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$.

2. התשובה הנכונה היא (3). הסבר: ישנם ארבעה פריטים שהם למעשה ארבעה מיקומים. נסרטט את מיקומם: $_ _ _ _$. כעת נבדוק. במיקום השמאלי ביותר, ייתכנו ארבע אפשרויות: א, ב, ה, ח. במיקום השני משמאל, ייתכנו גם כן ארבע אפשרויות, מכיוון שאותה אות יכולה לחזור על עצמה (אות יכולה לחזור על עצמה אלא אם נאמר אחרת בשאלה), כלומר ארבע אפשרויות: א, ב, ה, ח. גם במיקום השלישי משמאל ובמיקום הימני ביותר ישנם ארבע אפשרויות. כלומר קיבלנו: $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$.

3. התשובה הנכונה היא (2). הסבר: ישנם ארבעה פריטים שהם למעשה ארבעה מיקומים. נסרטט את מיקומם: $_ _ _ _$. כעת נבדוק. במיקום השמאלי ביותר, ייתכנו ארבע אפשרויות: א, ב, ה, ח. במיקום השני משמאל, ייתכנו 3 אפשרויות בלבד, מכיוון שאסור שאף אות תחזור על עצמה פעמיים ובחרנו את אחת האותיות כבר. כך שהמצב שמתקבל הוא: $\overline{4} \times \overline{3} \times \overline{2} \times \overline{1} = 24$.

4. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

ישנם ארבעה פריטים שהם למעשה ארבעה מיקומים. נסרטט את מיקומם: _____ .
 כעת נבדוק. במיקום השמאלי ביותר, ייתכנו ארבע אפשרויות: א, ב, ה, ח. במיקום השני משמאל, ייתכנו 3 אפשרויות בלבד, מכיוון שאסור שאף אות תחזור על עצמה פעמיים ברצף. במיקום השלישי משמאל, ייתכנו 3 אפשרויות, מכיוון שאסור שתחזור על עצמה האות שהופיע במיקום השני משמאל, אך האות שהופיעה ראשונה יכולה לחזור על עצמה כעת. כלומר, ישנן 3 אותיות לבחור מתוכן. כנ"ל לגבי המיקום הימני ביותר. לכן קיבלנו: $4 \times 3 \times 3 \times 3 = 108$

5. התשובה הנכונה היא (4). הסבר:

ידוע כי בחוג ישנם 2 רקדנים, לכן אין לנו כלל אפשרויות בחירה עבור 2 רקדנים – אנו חייבים לקחת את שני הרקדנים היחידים שיש. לכן יש אפשרות אחת בלבד עבור הרקדנים. לגבי הרקדניות, עלינו לקבוע כמה אפשרויות יש לבחירת 2 רקדניות מתוך קבוצה של 3. ניתן לומר גם כי עלינו לבחור רקדנית אחת מתוך 3 שלא תשתתף, מכאן שיש לנו לבצע בחירה אחת בדיק מתוך 3 אפשרויות. לכן ישנם 3 אפשרויות לבחירת הרקדנית ואנו מקבלים: $1 \times 3 = 3$.

6. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

מספר תלת ספרתי הוא מספר בו יש שלושה מיקומים לספרות: _____ . נכתוב מתחת לכל מיקום כמה אפשרויות שונות של מספרים קיימות עבור אותו המיקום, תוך כדי התחשבות בהגבלות השאלה. כלומר, עלינו למצוא את מספר המספרים התלת ספרתיים האי זוגיים. מבין שלושת הספרות במספר התלת ספרתי, רק הספרה הימנית ביותר (ספרת האחדות) היא שמספיעה על זוגיות המספר כולו. לכן עבור המיקום הימני ביותר יש לנו חמש אפשרויות למספרים: 1,3,5,7,9. במיקום השמאלי ביותר, יש לנו תשע אפשרויות למספרים, מכיוון שזוהי ספרת המאות במספר תלת ספרתי: 1,2,3,4,5,6,7,8,9. במיקום האמצעי, יש לנו 10 אפשרויות למספרים מכיוון שספרת העשרות של המספר יכולה להיות כל ספרה מאפס עד 9. לכן קיבלנו: $9 \times 10 \times 5 = 450$

7. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

מכיוון שחסרים רק שלושת הספרות האחרונות של מספר ה ICQ, קיימת רק אפשרות אחת לארבעת הספרות הראשונות – האפשרות הידועה לדני. לכן עלינו למצוא כמה אפשרויות יש לשלושת הספרות האחרונות. כל אחת משלושת הספרות האחרונות יכולה להיות ספרה כלשהי מ – 0 עד 9. כלומר, קיימות 10 אפשרויות עבור כל ספרה. מכאן שקיימות סה"כ: 1000 אפשרויות $= 10 \times 10 \times 10$.

8. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

בכל יום נעמה לובשת חולצה ומכנס. כלומר, בכל יום נעמה בוחרת מתוך 3 חולצות ומתוך 3 זוגות מכנסיים. מכאן שיש לה: 9 אפשרויות לבוש $= 3 \times 3$.

9. התשובה הנכונה היא (4). הסבר:

בכל יום דורית לובשת חולצה ומכנס. כלומר, בכל יום נעמה בוחרת מתוך 3 חולצות, אך מרגע שבחרה דורית חולצה בצבע מסוים, היא לא יכולה לבחור שוב את אותו הצבע. לכן קיימות לה 2 אפשרויות לבחירת מכנסיים. מכאן שיש לדורית: 6 אפשרויות $= 3 \times 2$.

10. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

בכדי לבחור 2 טעמים שונים, עלינו לבחור תחילה טעם אחד מתוך 10 אפשרויות ולאחר מכן עלינו לבחור טעם נוסף מתוך 9 אפשרויות, מכיוון שאסור לנו לבחור את אותו הטעם שוב. מכיוון שאין חשיבות לסדר הבחירה, כלומר גלידה בטעם שוקו-וניל היא מוצר זהה לגלידה בטעם וניל-שוקו. סימן שספרנו חלק מהאפשרויות פעמיים. לכן עלינו לחלק את התוצאה שהתקבלה פי 2. לכן קיבלנו:

$$10 \times 9 = 90 \Rightarrow \frac{90}{2} = 45 \text{ אפשרויות}$$

11. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

נספור את האפשרויות שלנו:

אפשרות 1 – לבן כחול א' כחול ב'
אפשרות 2 – לבן כחול ב' כחול א'
אפשרות 3 – כחול א' כחול ב' לבן
אפשרות 4 – כחול ב' כחול א' לבן
סה"כ 4 אפשרויות לסידור הספלים.

12. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

בכדי שהמספר כולו יתחלק ב-5, על הספרה האחרונה (ספרת האחדות) להיות 0 או 5.

במספר תלת ספרתי ישנם שלושה מיקומים: — — —

במיקום ספרת המאות ישנן 3 אפשרויות: 5,6,3

במיקום ספרת העשרות אפשריות גם הספרה 0 לכן ישנן 4 אפשרויות.

במיקום ספרת האחדות ישנן שתי אפשרויות בלבד: 0 ו 5.

לכן ישנן סה"כ: 24 אפשרויות = $3 \times 4 \times 2$

13. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

ועדה מורכבת מ-3 חברים: בת, בת וכן. לבחירת הבן ישנן 7 אפשרויות. כלומר כל שתי בנות שנבחר יכולות להיבחר עם 7 בנים שונים. נבחן את מספר האפשרויות לבחירת הבנות: לבחירת הבת הראשונה יש 7 אפשרויות, ולבחירת הבת השנייה יש 6 אפשרויות (מפני שבת אחת כבר נבחרה). אולם כאן חשוב לשים לב: אין חשיבות לסדר בחירת הבנות (לא משנה אם בחרנו קודם את מיכל ואז את דנה או קודם את דנה ורק אז את מיכל – העיקר שבועדה תהיינה דנה ומיכל).

במקרים כאלה יש לחלק את מספר האפשרויות לבחירת האיברים ב- $n!$ כאשר n מייצג את מספר האיברים הזהים שצריך לבחור. שתי הבנות הן 'האיברים הזהים', ולכן נחלק את מספר האפשרויות

$$\text{שמצאנו ב-2! באופן הבא: } 147 = \frac{7 \times 7 \times 6}{2} = 7 \times \frac{7 \times 6}{2!}. \text{ כלומר סה"כ } 147 \text{ אפשרויות להרכבת}$$

הוועדה. התשובה הנכונה היא (2).

14. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

דרך א': לבחירת מנה ראשונה ישנן 7 אפשרויות. לבחירת מנה עיקרית ישנן 5 אפשרויות. לבחירת קינוח יש 3 אפשרויות. כלומר ישנן סך הכל: 105 אפשרויות = $7 \times 5 \times 3$.

אך מכיוון שידוע כי אחת מהמנות הראשונות – המרק עוף – אינו מתאים לשתיים מהמנות

העיקריות, עלינו להחסיר צירוף של מנה ראשונה אחת \times שתי מנות עיקריות \times שלושת הקינוחים.

כלומר עלינו להחסיר 6 אפשרויות. מכאן שיש סה"כ 99 אפשרויות.

15. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

בבחירת 14 חיילים מתוך 15 אנחנו למעשה בוחרים את החייל ה-15. כלומר, במקום לבחור 14 שיצאו הביתה אנו יכולים לבחור 1 שנשאר. מכיוון שישנם 15 חיילים סה"כ, ישנם 15 חיילים לבחור מתוכם ולכן 15 אפשרויות.

16. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

עלינו לבחור 5 מתוך 6 תבלינים לתיבול התבשיל. הדבר שקול לבחירת התבלין שבו לא נשתמש לתיבול התבשיל. כלומר, מכיוון שאנו הולכים להשתמש ב-5 תבלינים, קיים אותו מספר אפשרויות לבחור את התבלין השישי, זה שבו אנו לא משתמשים. מכיוון שיש 6 תבלינים לבחור מתוכם, ישנן 6 אפשרויות מתאימות.

17. התשובה הנכונה היא (4). הסבר:

ישנן 4 אפשרויות לבחירת שולחן ו-3 אפשרויות לבחירת מפה. כלומר ישנן 12 אפשרויות (3×4) לבחירת שולחן וגם מפה. עם זאת, לא ניתן לבחור סוג אחד של מפות (משובצות) עם סוג אחד של שולחנות (השחורים). לכן עלינו להחסיר אפשרות אחת. מכאן שיש סה"כ 11 אפשרויות.

18. התשובה הנכונה היא (4). הסבר:

מכיוון שספר התנ"ך וספר החשבון צריכים להיות צמודים זה לזה, אנו יכולים לספור אותם כגוש אחד. מכאן שלמיקום הספר הראשון יש לנו 3 אפשרויות, למיקום הספר השני יש לנו 2 אפשרויות ולמיקום הספר השלישי אפשרות 1. סה"כ: 6 אפשרויות $= 3 \times 2 \times 1$. אך מכיוון שמיקום ספר החשבון וספר התנ"ך יכול להיות הפוך (כלומר, פעם ספר התנ"ך מימין וספר החשבון משמאלו ופעם החשבון מימין והתנ"ך משמאלו), קיים מספר אפשרויות כפול מזה שמצאנו. מכאן שיש 12 אפשרויות.

19. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

- בספרת המאות של המספר יש לנו 4 אפשרויות: 2,4,6,8 .
 - בספרת העשרות של המספר יש לנו 5 אפשרויות: 0,2,4,6,8 .
 - בספרת האחדות של המספר יש לנו 5 אפשרויות: 0,2,4,6,8 .
- כלומר, ישנן סה"כ: 100 אפשרויות $= 5 \times 5 \times 4$

20. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

מתוך 7 המקומות של ספרות במספר תעודת הזהות, נתונות לנו 3 ספרות: 3,4 ו-0. מכאן שעלינו לבדוק כמה אפשרויות יש עבור 4 מקומות. הספרה האחרונה במספר היא זוגית ולכן יש 5 אפשרויות המתאימות לספרה זו: 0,2,4,6,8. בשלושת המקומות האחרים אין לנו כל הגבלה ולכן כל 10 הספרות מתאימות לכל אחד מהמקומות. כלומר שיש: 5000 אפשרויות $= 10 \times 10 \times 10 \times 5$

21. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

עבור צופן זה יש 4 מקומות: _____

במיקום הראשון ישנם 3 אפשרויות: C, B, A.

במיקום השני ישנן 2 אפשרויות מכיוון שאות לא יכולה לחזור על עצמה פעמיים.

במיקום השלישי – שוב 2 אפשרויות וכך גם במיקום הרביעי. מכאן שיש:

$$24 \text{ אפשרויות} = 3 \times 2 \times 2 \times 2$$

22. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

לבחירת התלמיד הראשון עומדות בפני המורה 6 אפשרויות. לבחירת התלמיד השני עומדות בפני

המורה 5 אפשרויות מכיוון שתלמיד אחד כבר נבחר. סה"כ 30 אפשרויות $= 6 \times 5$. אולם אין חשיבות

לסדר הבחירה של התלמידים (לא חשוב אם ז'וז'ו נבחר ראשון וצ'יקו שני, או ההיפך, כל עוד ייבחרו

בסופו של דבר ז'וז'ו וצ'יקו להתאמן יחדיו) ולכן יש לחלק את מספר האפשרויות שמצאנו ב-2!

כלומר סה"כ 15 אפשרויות.

23. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

כל חייל נוגח בתשעה חיילים אחרים, מכיוון שיש 10 חיילים מתרחשות 90 נגיחות $= 9 \times 10$.

אך מכיוון שבין כל שני חיילים מתרחשת נגיחה אחת בלבד, אין חשיבות לסדר הנגיחות ואנו ספרנו

פעמיים כל נגיחה. כלומר, ספרנו גם כששמוליק נוגח ביהושוע וגם כשיהושוע נוגח בשמוליק. מכאן

שעלינו לחלק את התוצאה פי 2 והתשובה הנכונה היא 45.

24. התשובה הנכונה היא (4). הסבר:

שואלים אותנו כמה דפי תשובות אפשריים קיימים כך שאף תשובה עבור 6 השאלות לא תהיה

נכונה. מכיוון שיש 3 תשובות לא נכונות בכל שאלה, ישנן 3 אפשרויות לטעות בכל שאלה. מכיוון

שישנן 6 שאלות, קיימות: $3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ אפשרויות.

25. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

כאשר זוג אנשים בוחר צימר, אוטומטית גם נבחר הצימר עבור הזוג השני. כלומר, לבחירת האדם

הראשון שיישן בצימר המפואר ישנן 4 אפשרויות. לבחירת האדם השני שיישן בצימר המפואר ישנן

3 אפשרויות. מרגע שבחרנו את האנשים האלו, בחרנו גם את השניים שיישנו בצימר הפשוט. כך

שיש 12 אפשרויות $= 3 \times 4$. אך מכיוון שאין חשיבות לסדר הבחירה של האנשים בצימר, נחלק את

התוצאה שקיבלנו פי 2 ונקבל 6 אפשרויות.