

בעיות ממוצע א' – פתרונות

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
.1	(3)	.6	(4)	.11	(1)	.16	(3)
.2	(1)	.7	(2)	.12	(4)	.17	(1)
.3	(3)	.8	(3)	.13	(2)	.18	(1)
.4	(2)	.9	(1)	.14	(1)	.19	(2)
.5	(1)	.10	(1)	.15	(1)	.20	(3)

הסברים:

1. התשובה הנכונה היא (3). הסבר: הממוצע של 10 ו-20 הוא 15, ומספר המשקולות שמשקלן 10 ק"ג שווה למספר המשקולות שמשקלן 20 ק"ג. כעת ניתן להוסיף כל כמות שהיא של משקולות שמשקלן כגודל הממוצע (15 ק"ג) וזאת מבלי לשנות את הממוצע. כלומר המשקל הממוצע למשקולות בחדר הכושר יהיה 15 ק"ג, ללא תלות בכמות המשקולות שמשקלן 15 ק"ג.

2. התשובה הנכונה היא (1). הסבר: נגדיר:

משקולות של 15 ק"ג: X .

משקולות של 20 ק"ג: $3X$.

משקולות של 10 ק"ג: $6X$.

$$\text{נציב בנוסחת הממוצע המשוקלל: } \frac{15 \cdot X + 20 \cdot 3X + 10 \cdot 6X}{10X} = \frac{135}{10} = 13.5$$

3. התשובה הנכונה היא (3). הסבר: נבדוק מהן האפשרויות של X . כאשר הוא הכי קטן שאפשר הוא 1. כאשר הוא הכי גדול הוא 129. יחשב את הממוצעים עבור שני המצבים:

$$\frac{1+101+105+112+130}{5} = 89.8$$

$$\frac{129+101+105+112+130}{5} = 115.4$$

כלומר הממוצע חייב להיות בתחום שביניהם.

4. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

המשקל שהעלה אבנר (12 ק"ג), מתחלק על פני כל קבוצת האבקות כלומר על 36 אנשים. לכן

$$\frac{12}{36}$$

5. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

$$\text{נתון כי: } \alpha = \frac{1}{8} \cdot \frac{\beta + \delta}{2} \text{ . נכפול את שני צידי המשוואה ב-2: } 2\alpha = \frac{1}{8} \cdot \frac{\beta + \delta}{1}$$

6. התשובה הנכונה היא (4). הסבר:
מדובר במוצע משוקלל. נציב בנוסחא ונחשב:

$$\frac{70 \cdot 12 + 48 \cdot 20}{90} = 20$$

7. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:
דרך א': הצבה בנוסחת הממוצע המשוקלל.
נגדיר:
מס' התלמידים בשכבה: X
מס' התלמידים שאינם בכיתת המדעים: X-30.
74 = $\frac{30 \cdot 88 + (X - 30) \cdot 70}{X}$. נפתור ונקבל X = 135.

דרך ב':
דרך זאת נשענת על החוק האומר כי סכום המרחקים של האיברים הגדולים מהממוצע, חייב להיות שווה לסכום המרחקים של האיברים הקטנים ממנו. כלומר במקרה שלנו – 30 תלמידי המדעים שכל אחד מהם גבוה מהממוצע ב-14 "מתאזנים" עם X התלמידים הרגילים שכל אחד מהם נמוך מהממוצע ב-4. נבטא זאת במשוואה:
 $14 \cdot 30 = 4 \cdot X$ ומכאן ש-X (מספר התלמידים הרגילים) הוא 105. נוסיף ל X עוד 30 ונקבל 135.

8. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:
מאחר והעובד החדש משתכר 4 דולר יותר מעמיתיו, הרי שכדי להגיע לממוצע יש לחלק את ארבעת הדולרים הללו על כל עובדי המפעל כלומר: $\frac{4}{X+1}$. את הסכום הזה יש להוסיף לשכר הישן:
 $12 + \frac{4}{X+1} = \frac{12(X+1)+4}{X+1} = \frac{4(3X+4)}{X+1} = \frac{12X+16}{X+1}$

9. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:
נגדיר: מס' השאלות שרני יפתור בחמש השעות הבאות: X.
נציב בנוסחת הממוצע: $15 = \frac{12+18+24+X}{8}$. נחשב ונמצא כי X = 66.

10. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:
בשאלה זו אין נתון ממשי לגבי מספר הארגזים, אלא נתון יחס בלבד. לכן נוכל לקבוע מס' נוחים או להגדיר נעלמים.
נניח כי מספר ארגזי הפלפל הוא 1. לפיכך מספר ארגזי הסלרי הוא 12 (לפי היחס הנתון). כעת נחליט כי מספר הסלרי בכל ארגז הוא X. נציב בנוסחת הממוצע המשוקלל: $25 = \frac{1 \cdot 85 + 12X}{13}$. כלומר
X = 20.

11. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

דרך א':

סכום מרחקי האיברים הגדולים מהמוצע שווה לסכום מרחקי האיברים מהמוצע. לכן: במחלקת האריזה כל פועל מרוויח $2X$ מתחת למוצע המפעל. מאחר ויש שישה פועלים כאלו הרי שסכום המרחקים הוא $-12X = 6 \cdot (-2X)$. מאחר ובמחלקת העמסות כל פועל מרוויח X אחד יותר מהמוצע, הרי שחייבים להיות 12 פועלים כדי להגיע ל $+12X$.

דרך ב':

הצבה בנוסחת הממוצע המשוקלל. נגדיר: מס' הפועלים במחלקת העמסה: M . נציב בנוסחה:

$$X \cdot \frac{6 \times 2X + M \times 5X}{6 + M} = 4X \cdot M = 12$$

12. התשובה הנכונה היא (4). הסבר:

מדובר בממוצע משוקלל שבו המשקולות הן אחוזים.

$$\frac{1 \times 24 + 3 \times 40}{4} = 36$$

13. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

מאחר והנתון היחידי אודות הגודל המבוקש הוא שהוא שלם, הכי פשוט להציב תשובות ולראות איזה תשובה מקיימת את תנאי השאלה. ברגע שתשובה מתאימה, נסמן אותה ולא נבדוק גם את האחרות. כאשר נציב את תשובה (2), נגלה כי הממוצע של רון ודויד הוא 7 וממוצע שלושתם הוא 8. שני המספרים שלמים ולכן התשובה הנכונה היא (2).

14. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

מאחר ויצחק הוא העשיר ביותר הרי שאין אפשרות שהממוצע גבוה ממנו.

15. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

כדי שבהוספת Z יגדל הממוצע, הוא חייב להיות גדול מהממוצע של X ו Y .

16. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

אם יש 5 פרות שנותנות בדיוק 3 ליטר חלב, הרי שיש פרה אחת שנותנת כמות שונה מחמש ליטר. פרה זו, מאחר ואין אף פרה שתקזז אותה, תגרום לממוצע להיות שונה מ-3 ליטרים בדיוק.

17. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

דרך א':

מאחר ויש שני מספרים שממוצעם 4 ושני מספרים שממוצעם 6 הרי שהממוצע יהיה בדיוק באמצע. (סכום מרחקי האיברים הגדולים מהממוצע שווה לסכום מרחקי האיברים הקטנים מהממוצע).

דרך ב':

נכתוב את המשוואות הנשענות על נוסחת הממוצע:

$$\frac{X+Y}{2} = 4$$

$$\frac{M+L}{2} = 6$$

נפשט ונגלה כי: $X+Y=8$. נחבר בין המשוואות ונמצא: $X+Y+M+L=20$. נחלק את שני הצדדים ב 4 כדי להגיע לממוצע: $M+L=12$

$$\frac{X+Y+M+L}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

18. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

שאלה זו נפתרת באמצעות נוסחת הממוצע: $\frac{A+B}{2} = X$. מכאן ברור כי: $A+B=2X$. באותו אופן:

$$\frac{C+D}{2} = 4X \text{ . מכאן ברור כי: } C+D=8X \text{ . ממוצע ארבעת המספרים הוא: } \frac{A+B+C+D}{4} = 5X$$

נציב את המשוואות הקודמות, אל תוך המשוואה האחרונה: $\frac{2X+8X}{4} = 5X$. יוצא מכאן:

$$10X = 20X$$

הארה: מאחר ושואלים "מהו X?" הרי שניתן להציב תשובות במקום ה-X.

19. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

מאחר והממוצע בקבוצת גרין דיי לא השתנה הרי שהשחקן שעזב שוקל בדיוק 50 ק"ג. כאשר הוא עובר לבלו ביי הוא יוריד את הממוצע. הוא קל מהממוצע ב 20 ק"ג. שינוי זה יחולק על פני כל שחקני

הקבוצה כולל אותו. $\frac{20}{5} = 4$. כלומר הממוצע החדש יהיה $66 = 70 - 4$ התשובה הנכונה היא (2).

20. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

מאחר וסכום הגברים שאיתם יצאו השלושה, הרי שהממוצע הוא: $\frac{100}{3} = 33.333$. מאחר ומדובר בבני

אדם הרי שלא יתכן שליש אדם ורינה אינה יכולה לצאת עם מספר גברים השווה לממוצע.