

ביטויים אלגבריים - תשובות

תשובות מבוא לביטויים:

1. $-(x+8) = -x-8$
2. $4\left(\frac{1}{4} + \frac{x}{4}\right) = 1+x$
3. $\frac{1}{4}(x+2) = \frac{x}{4} + \frac{2}{4} = \frac{x}{4} + \frac{1}{2}$
4. $(15+x)(1+x) = 15+16x+x^2$
5. $-18\left(\frac{1}{3} - \frac{x}{2}\right) = 9x-6$
6. $(x+1)(x+2) = x^2 + 3x+2$
7. $(x+y)-(x-y) = 2y$
8. $\frac{x+3}{3} = \frac{x}{3} + 1$
9. $\frac{15-5x}{x} = \frac{15}{x} - 5$
10. $\frac{2x+8}{4} = \frac{x+4}{2} = \frac{x}{2} + 2$
11. $\frac{x+y}{2x+2y} = \frac{1}{2} \left(\frac{x+y}{x+y} \right) = \frac{1}{2}$
12. $\frac{ax+bx^2}{a} = x + \frac{bx^2}{a}$
13. $\frac{8}{4+12x} = \frac{2}{1+3x}$
14. $\frac{48x^2}{12x+24x^2} = \frac{4x}{1+2x}$
15. $1+2x+x^2 = (x+1)^2$
16. $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
17. $4a^2 - 4ab + b^2 = (2a-b)^2$
18. $4-x^2 = (2-x)(2+x)$

$$19. (\sqrt{x} + \sqrt{2})(\sqrt{x} - \sqrt{2}) = x - 2$$

$$20. (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$21. (4x + 3)^2 = 16x^2 + 24x + 9$$

$$22. x - 3 = (\sqrt{x} - \sqrt{3})(\sqrt{x} + \sqrt{3})$$

$$23. \left(\frac{a}{2} + 1\right)^2 = \frac{a^2}{4} + a + 1$$

$$24. \left(a + \frac{1}{3}\right)^2 = a^2 + \frac{2}{3}a + \frac{1}{9}$$

$$25. \sqrt{x} = \frac{x}{\sqrt{x}}$$

תשובות לשאלות פסיכומטריות:

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
1	(1)	7	(3)	13	(3)	19	(2)
2	(3)	8	(1)	14	(1)	20	(1)
3	(2)	9	(2)	15	(2)	21	(4)
4	(3)	10	(3)	16	(2)		
5	(1)	11	(1)	17	(4)		
6	(4)	12	(2)	18	(4)		

הסברים:

1. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

נתבונן בתשובות ונפשט אותן

תשובה (1) $x - (z - y) = x - z + y$ ניתן לראות שלמעשה קיבלנו את הביטוי הנתון.

תשובה (2) $z - (x - y) = z - x + y$

תשובה (3) $z + (x - y) = z + x - y$

תשובה (4) $y - (x - z) = y - x + z$

2. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

$$\frac{5x-4y}{xy} = \frac{5x}{xy} - \frac{4y}{xy} = \frac{5\cancel{x}}{\cancel{x}y} - \frac{4\cancel{y}}{x\cancel{y}} = \frac{5}{y} - \frac{4}{x} = -\frac{4}{x} + \frac{5}{y}$$

3. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

מכיוון שהוצאת שורש וחזקה ריבועית הינן פעולות הפוכות, מספר תמיד שווה למכפלת שורשיו

$$\sqrt{y} \times \sqrt{y} = y \quad \text{כך ש: } \sqrt{y} \times \sqrt{y} = y \quad \text{מכאן ש: } \frac{\cancel{y}}{\sqrt{y}} = \sqrt{y}$$

4. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

מכיוון שבתרגיל ישנו שלם אשר ממנו אנו מתבקשים לחסר שבר, נמצא מכנה משותף. במקרה

זה, המכנה המשותף הינו x , לכן:

$$x - \frac{x^2-3}{x} = \frac{x}{1} - \frac{x^2-3}{x} = \frac{x^2}{x} - \frac{x^2-3}{x}$$

לפני שנסיים את התרגיל, נשים לב כי סימן החיסור אשר לפני קו השבר הופך את הסימנים של

כל האברים במונה. כך ש x^2 הופך לשלילי ו -3 הופך לחיובי:

$$\frac{x^2}{x} - \frac{x^2 - 3}{x} = \frac{x^2 - (x^2 - 3)}{x} = \frac{x^2 - x^2 + 3}{x} = \frac{3}{x}$$

5. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

נשים לב כי בתרגיל זה אנו נדרשים לכפול כל איבר שבסוגריים, בכל אחד מהאיברים שבסוגריים הצמודים לו. כך שלמעשה ניתן גם לכתוב את התרגיל כך: $x(x+3)+5(x+3)$.
פתרון:

$$(x+5)(x+3) = x^2 + 3x + 5x + 15 = x^2 + 8x + 15$$

6. התשובה הנכונה היא (4). הסבר:

לפנינו אחת מנוסחאות הכפל המקוצר $((a+b)(a-b) = a^2 - b^2)$, אם זיהינו את התבנית הנכונה, עלינו לוודא שאנו מזהים נכונה מיהו האיבר שקודם למי. במקרה זה, מופיע ה- x פעמיים כחיובי, לכן ניתן למקם את x במיקום של a . והתשובה הנכונה היא: $x^2 - 4$. ניתן כמובן גם לפתוח סוגריים בצורה ה"רגילה": $(x-2)(x+2) = x^2 + 2x - 2x - 4 = x^2 - 4$.

7. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

נשים לב שבתשובות מופיעות הספרות 2 ו 1 ואילו הספרות 4 ו 8 כלל לא מופיעות. מכאן שננסה לצמצם את הביטוי הנוכחי. ניתן לראות שכל האיברים הינם זוגיים ולכן ניתן לצמצם את כל הביטוי ב- 2. לאחר שצמצמנו, נמשיך ונפשט את המשוואה עד שנקבל תבנית כלשהי המופיעה גם בתשובות:

$$\frac{8x-2}{4x} = \frac{\cancel{8}x - \cancel{2}}{\cancel{4}x} = \frac{4x-1}{2x} = \frac{4\cancel{x}-1}{2\cancel{x}} = \frac{1}{2x} = 2 - \frac{1}{2x}$$

8. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

נשים לב שהאיברים המופיעים במונה ובמכנה הינם זהים, אך סימנם הפוך. אילו היו האיברים זהים לחלוטין, כמובן שתוצאת החלוקה של המונה במכנה הייתה 1. מכיוון שהאיברים זהים אך סימנם הפוך, התוצאה היא -1. ניתן לראות זאת ביתר פירוט כך:

$$\frac{(x+1)(x-2)}{(2-x)(1+x)} = \frac{x^2 - 2x + x - 2}{2 + 2x - x - x^2} = \frac{x^2 - 2x + x - 2}{-(x^2 - 2x + x + 2)} = \frac{\cancel{x^2} - 2x + x - 2}{-(\cancel{x^2} - 2x + x + 2)} = -1$$

דרך נוספת:

$$\frac{(x+1)(x-2)}{(2-x)(1+x)} = \frac{x^2 - 2x + x - 2}{2 + 2x - x - x^2} = \frac{-(x^2 + 2x - x - 2)}{\cancel{x^2} + 2x - x - 2} = -1$$

9. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

תחילה, נחפש דרך לפשט את הביטוי. בביטוי כפי שהוא כרגע, אין איברים שמצטמצמים זה בזה, לא ניתן להוציא גורם משותף והמונה והמכנה לא מתאימים לאף תבנית של כפל מקוצר. מכאן שנידרש לפתרון נוסף, יצירתי יותר. לא ניתן להוציא גורם משותף מכיוון שהמקדמים של x ו y (שני נעלמים שונים בעצמם) אינם זהים. אך את הביטוי $5x$ ניתן לפרק לביטויים: $3x+2x$, כלומר, לשני ביטויים אשר אחד מהם הוא בעל מקדם זהה לאיבר השני שבמונה, כך שניתן להוציא גורם משותף:

$$\frac{5x+3y}{x+y} = \frac{2x+3x+3y}{x+y} = \frac{2x+3(x+y)}{x+y}$$

לאחר שהוצאנו גורם משותף, נרצה להמשיך ולפשט את הביטוי על ידי צמצום של הביטוי שקיבלנו בתוך הסוגריים עם המכנה. לשם כך נפצל את הביטוי לשני שברים בעלי מכנה משותף:

$$\frac{2x+3(x+y)}{x+y} = \frac{2x}{x+y} + \frac{3(x+y)}{x+y} = \frac{2x}{x+y} + 3$$

10. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

בחיפושנו אחר דרך לפישוט הביטוי ניתן לראות כי הביטוי שבמונה מתאים לתבנית של אחת מנוסחאות הכפל המקוצר $(a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2)$. כך שניתן לפשט את הביטוי על ידי כינוס האיברים אל הסוגריים. לשם כך נוציא שורש משני האיברים בעלי החזקה - ו $\sqrt{4x^2} = 2x$ - ו $\sqrt{y^2} = y$.

מכיוון שהאיבר אשר אינו בחזקה, הוא חיובי, נשמור על סימן חיובי גם בתוך הסוגריים:

$$\frac{4x^2 + 4xy + y^2}{2x+y} = \frac{(2x+y)^2}{2x+y} = \frac{(2x+y)(2x+y)}{2x+y} = 2x+y$$

11. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

נפשט את הביטוי על ידי הוצאת גורם משותף מהמונה וצמצום של האיברים המשותפים מהמונה והמכנה:

$$\frac{x^2+x}{(x+1)^2} = \frac{x(x+1)}{(x+1)(x+1)} = \frac{x}{x+1}$$

12. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

בתרגיל זה אנו נדרשים לחבר בין שני שברים בעלי מכנים שונים. נעשה זאת על ידי מציאת מכנה משותף xy :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1 \times y}{x \times y} + \frac{1 \times x}{y \times x} = \frac{y+x}{xy}$$

13. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

בתרגיל זה אנו נדרשים לחבר בין שלושה שברים בעלי מכנים שונים, נמצא מכנה משותף על ידי מכפלת המכנים זה בזה כך שהמכנה המשותף הוא xyz :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1 \times yz}{xyz} + \frac{1 \times zx}{xyz} + \frac{1 \times yx}{xyz} = \frac{yz + zx + yx}{xyz} = \frac{zy + x(z+y)}{xyz}$$

14. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

בתרגיל זה אנו נדרשים לחבר בין שני שברים בעלי מכנים שונים. נעשה זאת על ידי מציאת מכנה משותף xy :

$$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = \frac{y \times y}{xy} + \frac{x \times x}{xy} = \frac{y^2}{xy} + \frac{x^2}{xy} = \frac{y^2 + x^2}{xy}$$

15. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

כדי שערכו של שבר יהיה 1, המונה והמכנה צריכים להיות בעלי ערך שווה בביטוי הנתון, עושים במונה ובמכנה פעולות שונות על הנעלם x . במונה מחסירים 5 מ- x ואילו במכנה מוסיפים 2 ל- x . מכיוון שהפעולות השונות נעשו על אותו הנעלם, נקבל תמיד ערכים שונים במונה ובמכנה. כך שערכו של הביטוי אינו יכול להיות לעולם 1.

16. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

בכדי להגיע למצב בו נוכל להוציא גורם משותף ולצמצם את הביטוי הנתון, נפרק את הביטוי $7y$ לשני ביטויים:

$$6y + y . \text{ כעת ניתן להוציא גורם משותף } 6 : \frac{6x+6y+y}{x+y} = \frac{6(x+y)+y}{x+y} . \text{ בכדי שנוכל לצמצם}$$

בין המונה והמכנה נפריד את השבר לשני שברים בעלי מכנה $x+y$:

$$\frac{6(x+y)+y}{x+y} = \frac{\cancel{6(x+y)}}{\cancel{x+y}} + \frac{y}{x+y} = 6 + \frac{y}{x+y}$$

ט צב אבא אבא

17. התשובה הנכונה היא (4). הסבר:

על מנת לקבל תשובה דומה לזו שבתשובות, תחילה עלינו לצמצם את השבר. לשם כך, נכנס את האיברים שבמכנה אל סוגריים, על ידי שימוש בנוסחת כפל מקוצר. לשם הנוחות, נוציא תחילה גורם משותף (-1) מבין כל האיברים במכנה וכך נקבל סוגריים המכילים מספרים חיוביים בלבד:

$$\frac{-3-2x}{-4x^2-12x-9} = \frac{-3-2x}{-1(4x^2+12x+9)} = \frac{-3-2x}{-1(2x+3)^2}$$

כעת קיבלנו מונה ומכנה בעלי איברים זהים אך בעלי סימנים הפוכים. לשם הנוחות, שוב נוציא גורם משותף (-1), הפעם מהמונה. כך נקבל איברים זהים במונה ובמכנה ונוכל לצמצם:

$$\frac{-1(3+2x)}{-1(2x+3)^2} = \frac{\cancel{-1}(3+2x)}{\cancel{-1}(2x+3)^2} = \frac{\cancel{1}}{\cancel{1}(2x+3)} = \frac{1}{2x+3}$$

18. התשובה הנכונה היא (4). הסבר:

בכדי לגלות לאיזה מהביטויים שבתשובות שווה הביטוי שבשאלה, עלינו לרשום בצורה שונה את הביטוי שבשאלה. נתחיל עם פירוק הביטוי $\sqrt{54}$:

$$3 + \sqrt{54} = 3 + \sqrt{27 \cdot 2} = 3 + \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2} = 3 + \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = 3 + 3 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$$

כעת, משפירקנו את $\sqrt{54}$, ניתן להוציא גורם משותף $3\sqrt{3}$ כך שהביטוי יהיה זהה לאחת התשובות:

$$3(1 + \sqrt{3}\sqrt{2}) = 3\sqrt{3} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{2} \right)$$

19. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

בתרגיל זה אנו מתבקשים לבצע פעולת חיסור בין שלם לשבר, לכן עלינו למצוא מכנה משותף. לשם כך נרחיב את השלם 2 פי a ונחסר בין השברים:

$$2 - \frac{2a-7}{a} = \frac{2}{1} - \frac{2a-7}{a} = \frac{2}{1} \cdot \frac{a}{a} - \frac{2a-7}{a} = \frac{2a}{a} - \frac{2a-7}{a} = \frac{2a-(2a-7)}{a} = \frac{2a-2a+7}{a} = \frac{7}{a}$$

חשוב לשים לב בתרגילים בהם קיים סימן שלילי לפני קו שבר להפוך את סימני כל האיברים במונה כך שכל השלילים הופכים לחיוביים וכל החיוביים הופכים לשליליים.

20. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

בשאלה זו מתואר שבר בו ניתנו ייצוגים שונים למונה ולמכנה. נשים לב כי קצב הבנייה שווה לערכו של כל השבר ולא למרכיב אחד בלבד. ניתן לרשום זאת כך:

$$\frac{N}{F+H} = \text{קצב הבנייה}$$

בכדי להעלות את קצב הבנייה, ערכו של השבר צריך לגדול. בכדי להקטין את קצב הבנייה, על ערכו של השבר לקטון. כידוע, ערכו של שבר גדל ככל שהמונה גדול יותר והמכנה קטן יותר. על אותו משקל, ככל שערך המונה נמוך יותר וערך המכנה גדול יותר – כך השבר קטן יותר. משהבנו זאת, ניתן לבדוק אילו מן התשובות נכונות:

תשובה (1) – גידול במספר הפועלים (N) יגדיל את ערך המונה, הפחתת מספר הקומות (H) יקטין את ערך המכנה. מכיוון שהמונה גדל והמכנה קטן, ערך השבר כולו גדל ועל כן קצב הבנייה גדל גם הוא.

21. התשובה הנכונה היא (4). הסבר:

בתרגיל שלפנינו אנו נדרשים לבצע חיבור בין שברים, בכדי לקבוע אילו מן הביטויים

שבתשובות שווה בערכו ל $0.7x$, שהם $\frac{7x}{10}$. לשם כך עלינו לפתור כל אחת מהתשובות על ידי

מציאת מכנה משותף, עד שנגיע לתוצאה שאנו מחפשים. נעשה זאת על ידי הרחבת המכנים ל

$$\frac{x}{2} - \frac{x}{3} - \frac{x}{6} + \frac{x}{30} = \frac{x}{2} \cdot \frac{15}{15} - \frac{x}{3} \cdot \frac{10}{10} - \frac{x}{6} \cdot \frac{5}{5} + \frac{x}{30} = \frac{15x - 10x - 5x + x}{30} = \frac{x}{30} \quad \text{תשובה (1)}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{6} - \frac{x}{30} = \frac{x}{2} \cdot \frac{15}{15} + \frac{x}{3} \cdot \frac{10}{10} - \frac{x}{6} \cdot \frac{5}{5} - \frac{x}{30} = \frac{15x + 10x - 5x - x}{30} = \frac{19x}{30} \quad \text{תשובה (2)}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6} + \frac{x}{30} = \frac{x}{2} \cdot \frac{15}{15} + \frac{x}{3} \cdot \frac{10}{10} + \frac{x}{6} \cdot \frac{5}{5} + \frac{x}{30} = \frac{15x + 10x + 5x + x}{30} = \frac{31x}{30} \quad \text{תשובה (3)}$$

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{6} + \frac{x}{30} = \frac{x}{2} \cdot \frac{15}{15} + \frac{x}{3} \cdot \frac{10}{10} - \frac{x}{6} \cdot \frac{5}{5} + \frac{x}{30} = \frac{15x + 10x - 5x + x}{30} = \frac{21x}{30} = \frac{7x}{10} \quad \text{תשובה (4)}$$