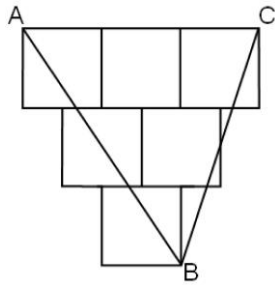
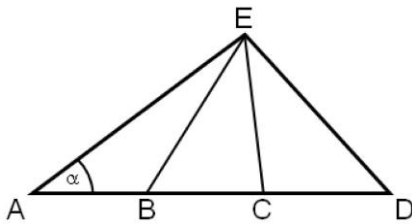


תרגול גיאומטריה מעורב 2



1. צורה מורכבת משישה ריבועים ששטח כל אחד מהם הוא 9. מהו שטחו של משולש ABC?

- (1) 51
- (2) 44.5
- (3) 40.5
- (4) 39



2. נתון:

$AB = BE$

$BD = ED$

$EC = CD$

מה תהיה זווית $\angle ECD$ אם תובע באמצעות α ?

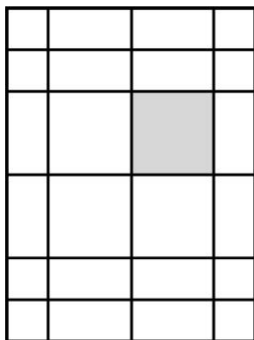
- (1) $8\alpha - 180$
- (2) 4α
- (3) $180 - 4\alpha$
- (4) $180 - 2\alpha$



3. בצורת הכוכב המסורטטת כל צלע של הכוכב שווה לשנייה, אך לא יודע לנו דבר על חלקי הצלע, לדוגמא: ידוע כי $EM = EN$, אך לא ידוע דבר לגבי EL , LN וכו'. כמו כן, הזווית בין כל שתי צלעות של הכוכב שווה.

אלכסונים של איזה צורה יכולים להיות הקווים הנ"ל?

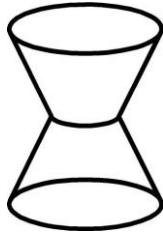
- (1) מחומש כלשהו
- (2) משושה
- (3) מחומש משוכלל
- (4) לא ניתן לדעת



4. בונים טבלה של 6 שורות ו-4 עמודות. 2 השורות האמצעיות בטבלה גדולות פי 2 משאר השורות. 2 העמודות האמצעיות גדולות פי 2 משאר העמודות. רוחב הטבלה הוא 10 וגובהה 16.

מהו שטח המלבן האפור?

- (1) $\frac{10}{3}$
- (2) $\frac{20}{3}$
- (3) $\frac{40}{3}$
- (4) $\frac{80}{3}$



5. לשני חרוטים נקטם הקצה המחודד.
הופכים אותם אחד על השני כך שנוצר מהם מעין שעון חול.
2 החרוטים חפפו זה לזה לפני הקטימה והם עדיין חופפים זה לזה.
הנפח הכולל של שעון החול הוא 22π . משתי החתיכות שהסירו
מהחרוטים יצרו בצורה זהה שעון חול נוסף שנפחו 2π . רדיוס
הבסיס בשעון החול הגדול הוא 3.

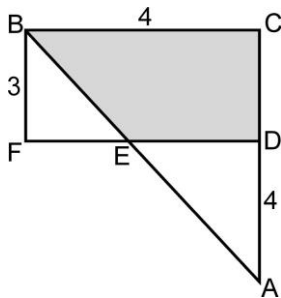
מהו גובהו של כל אחד מהחרוטים המקוריים?

12 (4)

6 (3)

4 (2)

3 (1)



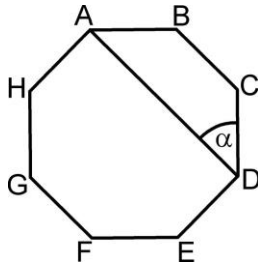
6. נתון מלבן BCDF כבסרטוט.
הצלע DA היא המשכה של הצלע CD.
על סמך נתונים אלו ונתוני הסרטוט,
מהו גודלו של השטח האפור?

$9\frac{3}{7}$ (1)

$10\frac{4}{7}$ (2)

8 (3)

$3\frac{3}{7}$ (4)



- הנתונים הבאים מתייחסים לשאלות 7 ו 8:
נתון מתומן משוכלל שאורך צלעו 4

7. מה גודל הזווית α ?

30° (1)

45° (2)

60° (3)

לא ניתן לדעת (4)

8. מהו אורך האלכסון AD?

$4(2+\sqrt{2})$ (4)

$4(\sqrt{2}+1)$ (3)

$2(2+\sqrt{2})$ (2)

$2(\sqrt{2}+1)$ (1)

9. בעזרת 6 משולשים שווי צלעות איזה מהצורות הבאות לא ניתן להרכיב:

אפשר להרכיב את כולן (4)

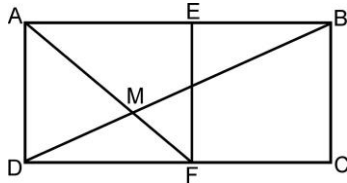
3 מעוינים (3)

משושה (2)

2 טרפזים (1)

10. אם נקפל ריבוע לחצי לאורך האלכסון ואת הצורה שהתקבלה נמשיך לקפל ל-2, נקבל בכל פעם (לא כולל את הקיפול הראשון) -

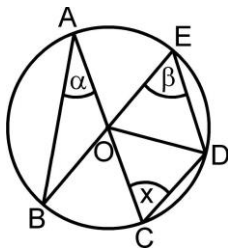
- (1) משולש ישר זווית ושווה שוקיים שבסיסו קטן בכל קיפול פי 2
- (2) משולש ישר זווית ושווה שוקיים שבסיסו קטן בכל קיפול לא באופן שווה
- (3) משולש ישר זווית ושווה שוקיים אשר בסיסו קטן בכל קיפול פי $\sqrt{2}$
- (4) נקבל לסירוגין משולש ישר זווית ושווה שוקיים וריבוע



11. נתון מלבן ABCD ובתוכו ריבוע EBCF
AD = 3, AB = 5

מהו אורך הקטע AM?

- (1) $\sqrt{13} \frac{5}{7}$
- (2) $\sqrt{13} \frac{2}{5}$
- (3) $\sqrt{13} \frac{2}{7}$
- (4) $\sqrt{13} \frac{3}{5}$



12. O מרכז המעגל שבסרטוט.
ע"פ נתוני הסרטוט,

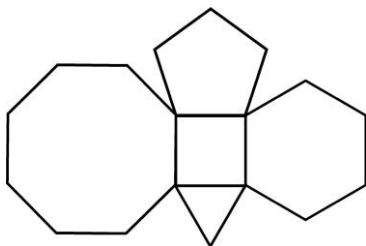
כמה שווה הזווית x?

- (1) $180 - \alpha + \beta$
- (2) $90 - \alpha + \beta$
- (3) $180 + \alpha - \beta$
- (4) $90 + \alpha - \beta$



13. במדינת טנזניה נחפרה ונסללה מנהרה משולשת כבסרטוט.
פתח המנהרה משני צדדיה הוא משולש שווה צלעות.
בסיסה של המנהרה כולה הוא כביש.
נפח המנהרה $3200\sqrt{3}$ ואורכה 200 מטר.
מהו רוחב הכביש?

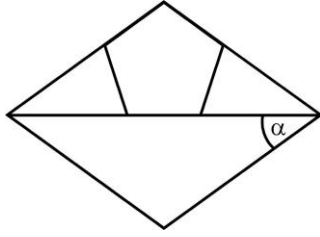
- (1) $8\sqrt{3}$
- (2) 8
- (3) 16
- (4) לא ניתן לדעת



14. צלע הריבוע היא a, כל הצורות בסרטוט משוכללות

מהו היקף הצורה שנוצרה?

- (1) 18a
- (2) 20a
- (3) 22a
- (4) 26a



15. נתון מחומש משוכלל החסום בחצי מעוין, כבסרטוט.
מה גודלה של זווית α ?

- (1) 108°
- (2) 72°
- (3) 36°
- (4) לא ניתן לדעת

16. בונים שני ריבועים שצלע אחד מהם 2 וצלע השני 5, ממשיכים לבנות ריבועים כך שצלע כל ריבוע שווה לסכום הצלעות של שני הריבועים הקודמים לו. כלומר, הריבוע יהיה 7, אחריו 12, אחריו 19 וכו'.
מה נכון לגבי הריבועים?

- (1) שטח ריבוע יהיה שווה למכפלת שטחי שני הריבועים הקודמים לו
- (2) פעמיים שטח ריבוע יהיה גדול יותר משטח הריבוע שבא אחריו
- (3) צלע ריבוע n = שטח ריבוע n
- (4) צלע ריבוע n-1 שטח ריבוע n-1 אף אחת מהקביעות אינה נכונה בהכרח

מפתח תשובות נכונות

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
1.	(3)	11.	(3)	6.	(3)	16.	(3)
2.	(1)	12.	(1)	7.	(1)	.17	(4)
3.	(3)	13.	(4)	8.	(3)		
4.	(3)	14.	(2)	9.	(3)		
5.	(3)	15.	(1)	10.	(3)		

1. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:
נתונים שישה ריבועים ששטח כ"א הוא 9, המרכיבים צורה. אנחנו צריכים לחשב את שטח המשולש ABC. כיוון ששטח כל ריבוע הוא 9, כל צלע שווה 3. שטח המשולש מחושב ע"י מחצית מכפלת הגובה בבסיס אליו הוא יורד. בסיס AC מורכב מ-3 צלעות של ריבוע, ואם נוריד גובה מקודקוד B לבסיס AC אורכו יהיה 3 צלעות של ריבוע. כיוון שאורך כל צלע הוא 3, שטח המשולש יהיה:

$$\frac{(3 \times 3) \times (3 \times 3)}{2} = \frac{81}{2} = 40.5$$

2. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:
ידוע כי $AB = BE$, וכיוון שהשוקיים במשולש ABE שוות, זוויות הבסיס שוות ו $\angle EBC = \angle AEB = \angle EAD = \alpha$ היא זוויות חיצונית למשולש ABE ושווה לסכום שתי הזוויות שאינן צמודות לה שהוא 2α . ידוע גם כי $BD = ED$, ולכן זוויות הבסיס שוות, $\angle EBD = \angle DEB = 2\alpha$ בנוסף: $\angle EDB = 180 - 4\alpha$ ע"פ חישוב סכום זוויות במשולש EDB. נתון כי $EC = CD$ ולכן זוויות הבסיס שוות, $\angle CED = \angle EDC = 180 - 4\alpha$, סכום הזוויות במשולש הוא 180° ולכן $\angle ECD = 8\alpha - 180 \leftarrow \angle ECD = 180 - (\angle EDC + \angle CED)$

3. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:
נתון כי $AE \parallel FC$, לכן ניתן לקבוע כי המשולשים ABE ו BEF דומים (יש להם זווית קודקודית שווה, ועוד שתי זוויות מתחלפות בין מקבילים שהן גם שוות). נתונות לנו שתי צלעות בשני המשולשים, יחס

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

נתון לנו שאורך כל הקטע AC הוא 5. והוא מתחלק ככה

ש - BC גדול פי 3 מ - AB. כלומר, נסמן את AB ב x,

$$x + 3x = 5$$

$$4x = 5$$

$$x = \frac{5}{4} = 1.25$$

כלומר, $AB = 1.25$

4. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:
נתון כוכב, שצלעותיו שוות וזוויותיו שוות. אנחנו צריכים לקבוע אלכסונים של איזה צורה יכול להיות הכוכב. כיוון שלכוכב חמישה קודקודים הוא בהכרח מייצג אלכסונים של מחומש. אם נחסום את הצורה במעגל ונסמן את צלעות המחומש. מול זוויות פנימיות שוות יש מיתרים שווים, וכן כל צלעות מחומש יהיו שוות, וכל זוויותיו הפנימיות שוות מה שהופך אותו למחומש משוכלל.

5. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:
נתונה לנו טבלה בת 6 שורות ו-4 עמודות שרוחבה 10 וגובהה 6. שתי העמודות האמצעיות רחבות פי 2 משאר העמודות, ושתי השורות האמצעיות ארוכות פי 2 משאר השורות. אנחנו מתבקשים לחשב את שטחו של המלבן המושחר. המלבן המושחר נמצא בעמודה רחבה ובשורה ארוכה. סך עמודות הטבלה הן רוחב הטבלה, לכן כל 4 העמודות רוחבן 10. נסמן רוחב עמודה רגילה ב x.

$$x + 2x + 2x + x = 10$$

$$6x = 10$$

$$x = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

רוחב עמודה רגילה הוא $\frac{5}{3}$.

סך שורות הטבלה יוצרת את גובה הטבלה, כל 10 השורות גובהן 16. נסמם שורה רגילה ב y

$$y + y + 2y + 2y + y + y = 16$$

$$8y = 16$$

$$y = 2$$

אורך שורה רגילה הוא 2.

המלבן המושחר הוא כאמור בעמודה הרחבה פי 2 מעמודה רגילה, ובשורה ארוכה פי 2 משורה

$$\left(2 \times \frac{5}{3}\right) \times 2 \times 2 = 4 \times \frac{10}{3} = \frac{40}{3}$$

רגילה. לכן שטחו יהיה $\frac{40}{3}$

6. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

קטמו שני חרוטים ומכל אחד מהחלקים עשו שעון חול. נתון ששני החרוטים חפפו לפני הקטימה וגם אחריה. אנחנו צריכים למצוא את גובהו של כל אחד מהחרוטים המקוריים. כיוון שהם חופפים נמצא גובה של חרוט אחד, כיוון שהשני שווה לו. נמצא את נפחו של אחד מהחרוטים המקוריים. נתון שבשני שעוני החול הצורות חופפות, ולכן נפח של חרוט מקורי אחד יהיה שווה לסכום של חצי משעון החול

$$\text{הגדול, וחצי משעון החול הקטן. נפח חרוט מקורי הוא } 12\pi = \pi + 11\pi = \frac{2\pi}{2} + \frac{22\pi}{2}. \text{ נתון לנו}$$

שרדיוס החרוט הקטום בשעון החול הגדול הוא 3, וזהו גם רדיוסו של חרוט מקורי. נחשב את גובה החרוט המקורי לפי נוסחת השטח

$$\frac{\pi \times 3^2 \times h}{3} = 12\pi$$

$$3\pi \times h = 12\pi$$

$$3h = 12$$

$$h = 4$$

7. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

נתון לנו מלבן שצלעותיו 3 ו-4, אנחנו צריכים לחשב את השטח המושחר.

נוכל לעשות זאת אם נחסר מהמשולש ABC את שטח המשולש ADE.

שטח משולש ABC קל לחישוב כיוון שהוא ישר זווית ונתונים לנו שני ניצבים שלו

$$\text{שטח ABC שווה } 14 = \frac{BC \times AC}{2} = \frac{4 \times 7}{2}. \text{ כדי למצוא את שטח ADE נצטרך למצוא את צלע DE}$$

עליה לא נתון לנו דבר.

נשים לב כי $BF \parallel AC$, כיוון שצלעות המלבן מקבילות ו AD הוא המשך הצלע CD.

בנוסף, $\angle DEF = \angle DEA$ כיוון שהן זוויות קודקודיות כלומר, ניתן לקבוע כי המשולשים BEF ו DEA

הם משולשים דומים. לכן, $\frac{BF}{AD} = \frac{FE}{DE}$ כיוון שבמשולשים דומים יחס הצלעות שווה. כלומר, $\frac{FE}{DE} = \frac{3}{4}$

בנוסף ידוע לנו כי $FD = FE + DE = 4$ מיחס הצלעות נובע כי $FE + DE = 7$ יחידות יחס.

נרחיב פי 4 ונצמצם פי 7 כך שיחידות היחס ישתוו ל-4.

$$4 : \frac{16}{7} : \frac{12}{7} = \frac{4}{7} : 4 : 7 = 3 \times \frac{4}{7} : 4 \times \frac{4}{7} : 7 \times \frac{4}{7} = \frac{12}{7} : \frac{16}{7} : 4$$

$$\frac{16}{7} \times 4 = 2 \times \frac{16}{7} = \frac{32}{7} = 4 \frac{4}{7}$$

לכן המשטח המושחר $DE = \frac{16}{7}$

$$\text{שווה } 14 - 4 \frac{4}{7} = 9 \frac{3}{7}$$

8. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

נתון מתומן משוכלל שצלעו 4. אנחנו צריכים לחשב את זווית α . נתמקד בטרפז ABCD שנוצר בין

האלכסון לצלעות המתומן. זווית פנימית במתומן היא בת 135° אם נוריד מקודקודים B ו C גבהים

לישר AD, נקבל מלבן, ושני משולשים ישרי זווית. נסתכל במשולש אחד כזה, הזוויות במשולש הן

90° , α והזווית השלישית היא $45^\circ = 90 - 45$ לכן גם α בת 45° צלעות והמשולשים הם ישרי זווית ושווי שוקיים.

9. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

נתון מתומן משוכלל שצלעו 4, אנחנו צריכים למצוא את אורך האלכסון AD. נשתמש בהוכחה מהשאלה הקודמת ובבניית העזר. AD מורכב מצלע של המלבן ומשני ניצבים של המשולשים הקטנים. כיוון שצלעו של המתומן 4, צלעו של המלבן מקבילה לא ושווה 4 גם. צלע המתומן משמשת יתר במשולשים הקטנים וכיוון שהוכחנו שהם ישרי זווית ושווי שוקיים נוכל לחשב כמה של ניצב כיוון שמתקיים במשולשים אלו יחס צלעות של $1:1:\sqrt{2}$, לכן ניצב שווה $2\sqrt{2}$, AD בסך הכול שווה $2(2\sqrt{2}) + 4 = 4\sqrt{2} + 4 = 4(\sqrt{2} + 1)$

10. התשובה הנכונה היא (4). הסבר:

יש לנו שישה משולשים שווה צלעות. אנחנו צריכים למצוא איזה מבין הצורות לא ניתן להרכיב בעזרתם. נעבור על התשובות
תשובה (1) - 2 טרפזים. אם נצרף יחד שלושה משולשים שוויו צלעות נקבל שווה שוקיים. בעזרת שישה משולשים ניתן ליצור שני טרפזים כאלה.
תשובה (2) - משושה. אם נסדר את המשולשים כולם זה לצד זה, נקבל משושה משוכלל.
תשובה (3) - 2 מעוינים. ניתן ליצור מעוין ע"י צירוף שני משולשים שוויו צלעות.
תשובה (4) - ניתן להרכיב את כל הצורות- נוכחנו לדעת שניתן להרכיב את כל הצורות, ותשובה זו היא התשובה הנכונה.

11. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

אנחנו צריכים למצוא האם יש קשר בין הבסיסים של משולשים שיוצרים ע"י קיפול ריבוע לשתיים שוב ושוב. נניח שצלע הריבוע היא 1. נחשב את בסיסי המשולשים הראשונים שיווצרו
צלעות המלבן הן 1, קיפול ל-2 באלכסון יצור משולש ישר זווית ושווה שוקיים שצלעותיו $1:1:\sqrt{2}$, אם

נקפל שוב את המשולש הפעם היתר הוא 1, ולכן צלעות המשולש יהיו $1:\frac{1}{\sqrt{2}}:\frac{1}{\sqrt{2}}$, אם נקפל שוב

הפעם היתר יהיה $\frac{1}{\sqrt{2}}$, ולכן צלעות המשולש הן $\frac{1}{2}:\frac{1}{2}:\frac{1}{\sqrt{2}}$

כיוון שיתר של משולש הוא ניצב של המשולש הבא אחריו וכולם מתקיים היחס $1:1:\sqrt{2}$ בסיס המשולש תמיד יקטן פי $\sqrt{2}$.

12. התשובה נכונה היא (1). הסבר:

נתון המלבן ABCD ובתוכו ריבוע EBFC. צלעות המלבן הן 3,5 ולכן צלעות הריבוע הן 3, וצלעות המלבן הקטן AEDF הן 2 ו-3. אנחנו צריכים למצוא את אורך הקטע AM. נתבונן במשולשים ABM ו DMF. $AB \parallel CD$, צלעות במלבן מקבילות. בנוסף $\angle AMB = \angle DMF$ כיוון שהן זוויות קודקודיות.

כלומר, משולשים ABM ו DMF דומים. כיוון שהם דומים ניתן לקבוע כי $\frac{AB}{DF} = \frac{AM}{MF}$ כלומר,

$\frac{AM}{MF} = \frac{AF}{MF}$. כלומר, $AM + MF = AF$. $\frac{AM}{MF} = \frac{5}{2}$. $AM = \frac{5}{7} \times AF$. נוכל לחשב את

AF שהוא היתר במשולש ישר הזווית ADF

$$AD^2 + DF^2 = AF^2$$

$$3^2 + 2^2 = AF^2$$

$$9 + 4 = AF^2$$

$$AF^2 = 13$$

$$AF = \sqrt{13}$$

$$AM = \frac{5}{7} \times AF$$

$$AM = \frac{5}{7} \times \sqrt{13}$$

13. התשובה הנכונה היא (4). הסבר:

נתון מעגל שמרכזו O, אנחנו צריכים להביע את הזווית x .
 הזווית BOC היא זווית מרכזית הנשענת על הקשת BC, על קשת זו נשענת הזווית ההיקפית α , לכן
 $\angle BOC = 2\alpha$. OE ו OD שניהם רדיוסים, ושווים זה לזה, כלומר, המשולש ODE הוא משולש שווה
 שוקיים, $\angle OED = \angle ODE = \beta$. לפי סכום הזוויות במשולש $\angle DOE = 180 - 2\beta$. DO ו CO גם
 הם רדיוסים, ולכן גם משולש COD הוא שווה שוקיים, $\angle OCD = \angle ODC = x$, לפי סכום הזוויות
 במשולש, $\angle COD = 180 - 2x$.
 $\angle BOC + \angle COB + \angle DOE = 180^\circ$ כיוון שהן משלימות לזווית שטוחה. הבענו את כל הזוויות ונציב
 את מה שמצאנו

$$2\alpha + (180 - 2x) + (180 - 2\beta) = 180$$

$$2\alpha + 180 - 2x - 2\beta = 0$$

$$2\alpha + 180 - 2\beta = 2x$$

$$x = 90 + \alpha - \beta$$

14. התשובה הנכונה היא (2). הסבר:

נתונה מנהרה שהיא למעשה בצורת מנסרה. בסיסה הם משולשים שווי צלעות. נפחה $3200\sqrt{3}$
 ואורכה 200 מטר. אנחנו צריכים לחשב מהו רוחב הכביש, או אחת הפאות למעשה.
 נפח מנסרה הוא מכפלת שטח בסיסה ואורכה. בסיס המנסרה הוא משולש שווה צלעות, ונוכל לחשב
 אותו אם תהיה לנו צלע של המשולש. נציב את הידוע לנו

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \times 200 = 3200\sqrt{3} : 100$$

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \times 2 = 32\sqrt{3}$$

$$\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = 32\sqrt{3}$$

$$a^2\sqrt{3} = 64\sqrt{3}$$

$$a^2 = 64$$

$$a = 8$$

מצאנו שצלע הבסיס שווה 8, כיוון שהבסיס הוא משולש שווה צלעות, רוחבו הוא 8.

15. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

נתון לנו שצלע הריבוע היא a, ושכל הצורות בסרטוט משוכללות. קל לחשב את היקפו של כל
 הצורות, אך יש לזכור להפחית את 4 צלעות הריבוע, שהן לא חלק מהיקף הצורה שנוצרה.

$$3a + 6a + 5a + 8a - 4a = 22a - 4a = 18a$$

16. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

נתון מחומש משוכלל החסום בחצי מעוין, ועלינו למצוא את הזווית α . זווית פנימית במחומש משוכלל

$$\text{היא } 108^\circ, \frac{180 \times 3}{5} = \frac{540}{5} = 108. \text{ במעוין זוויות נגדיות שוות ולכן הזווית הנגדית, התחתונה}$$

במעוין שווה 108° , כיוון שבמעוין כל הצלעות שוות, כל חצי מעוין הוא משולש שווה שוקיים, זווית
 α היא זווית בסיס במשולש שווה שוקיים שזווית הראש שלו היא 108° , לכן

$$\alpha = \frac{180 - 108}{2} = \frac{72}{2} = 36^\circ$$

17. התשובה הנכונה היא (4). הסבר:

נתונים ריבועים באופן הבא, צלע ריבוע שווה לסכום הצלעות של הריבועים הקודמים, הריבועים
 הראשונים צלעותיהם הן 2,5 והריבועים הבאים הם 7,12,19... נעבור על התשובות וננסה לפסול
 אותן:

תשובה (1) שטח ריבוע יהיה שווה למכפלת שטחי שני הריבועים הקודמים לו- ניקח דוגמה מספרית,
 האם שטח ריבוע שצלעו 7, שווה למכפלת שטחי ריבועים שצלעותיהם 2 ו 5,

$$7^2 = 49, 2^2 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100. \text{ השטחים אינם שווים. הקביעה אינה נכונה.}$$

תשובה (2) פעמיים שטח ריבוע יהיה גדול יותר משטח הריבוע שבא אחריו- האם פעמיים שטח ריבוע שצלעו 7, גדול משטח ריבוע שצלעו 12. $2 \times 7^2 = 2 \times 49 = 98$, $12^2 = 144$. הקביעה אינה נכונה.

תשובה (3) $\frac{\text{שטח ריבוע } n}{\text{שטח ריבוע } n-1} = \frac{\text{צלע ריבוע } n}{\text{צלע ריבוע } n-1}$
ניקח כדוגמה, $n = 3$, נשתמש בריבוע השלישי בסדרה.

היחסים אינם שווים, אגף אחד הוא בריבוע. הקביעה אינה נכונה, $\frac{7^2}{5^2} \neq \frac{7}{5}$

תשובה (4) אף אחת מהקביעות אינה נכונה בהכרח- כיוון שפסלנו את כל שאר התשובות תשובה זו נכונה.