

ביטויים

ביטוי אלגברי הוא בעצם כל צירוף של מספרים, נעלמים ופעולות אלגבריות אשר ערכם האמיתי אינו ידוע לחלוטין.

ביטוי אלגברי אופייני יופיע בבחינה כמווואה אשר אחד מאגפיה אינו ידוע.

$$14x + \frac{2}{3}x^2 = ? \quad \text{לדוגמה:}$$

חשוב לזכור שאסור לנו לשנות את ערכו של הביטוי על-ידי פעולות שמבוצעות על שני האגפים מכיוון שערכו של האגף הימני אינו ידוע. אסור לנו לדוגמה להעלות את הביטוי כולו בחזקה או לחלק את הביטוי כולו במספר כלשהוא. הפעולות המותרות היחידות הן כלי העבודה האלגבריים שמשנים את צורת הכתיבה של הביטוי בלבד:

כינוס איברים דומים

תהליך שבו מבצעים פעולות פשוטות על איברים "דומים". איברים דומים הם מספרים או משתנים בעלי חזקה זהה.

$$x + 7 - 12 + 5x = x + 5x + 7 - 12 = 6x - 5 \quad \text{לדוגמה:}$$

פתיחת סוגריים

כפל של כל איבר הנמצא בסוגריים באיבר הנמצא מחוץ לסוגריים.

לדוגמה:

$$8(3x - 4) = 8 \times 3x - 8 \times 4 = 24x - 32$$

$$(6 - 2x)(5 + x) = 6 \times 5 + 6x - 2x \times 5 - 2x \times x = 30 + 6x - 10x - 2x^2 = 30 - 4x - 2x^2$$

הוצאת גורם משותף

פעולה המשמשת מעבר ממצב של חיבור או חיסור אל פעולת כפל בין איברים. הגורם המשותף הוא מספר או נעלם כלשהו אשר ניתן לחלק את כל האיברים בו ללא שארית. בדרך כלל נרצה להוציא את הגורם המשותף הגבוה ביותר.

עקרונות עבודה:

- נזהה גורם אשר ניתן לחלק את כל האיברים בו.
- נרשום את הגורם המשותף מחוץ לסוגריים.
- בשביל לדעת מה נשאר בתוך הסוגריים נחלק את כל אחד מהאיברים בגורם המשותף שהוצאנו.

$$2x + 16 = 2(x + 8) \quad \text{לדוגמה:}$$

הוצאת גורם משותף מביטוי תחת חזקה או שורש :

כאשר נוזהה גורם משותף בביטוי הנמצא כולו תחת חזקה או שורש, נחזור על השלבים הרגילים אך חשוב לזכור שפעולת החזקה או השורש פועלים גם על הביטוי שיוצא החוצה מהסוגריים

$$(4x + 2)^2 = (2(2x + 1))^2 = 2^2 (2x + 1)^2 = 4(2x + 1)^2$$

$$\sqrt{9x - 18} = \sqrt{9x - 9 \times 2} = \sqrt{9(x - 2)} = \sqrt{9} \sqrt{(x - 2)} = 3\sqrt{(x - 2)} \quad \text{לדוגמה:}$$

נוסחאות כפל מקוצר

נוסחאות הכפל המקוצר הן למעשה תוצאות ידועות עבור תרגיל אלגברי מסוים ומשמשות כפתיחת סוגריים מהירה. ניתן להגיע לאותה תוצאה בדרך ארוכה אך נעדיף תמיד להשתמש בנוסחה היכן שניתן :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

המרת ביטוי אל נוסחת כפל מקוצר :

כדי לזהות תבנית של כפל מקוצר ניתן להיעזר במספר רמזים :

- נספור כמה איברים יש בביטוי
- נבדוק האם ניתן להוציא שורש ריבועי קל מהאיברים
- כדי לשייך לנוסחה המתאימה – נבדוק סימני חיבור או חיסור בין האיברים.
- לעיתים קל יותר לזהות את הנוסחה כאשר מסמנים a ו b מעל האיברים
- כשיש הבדל של פי 2 במעלת החזקה בין איברים בקשר של חיבור או חיסור

$$x^2 - 16x + 64 \longrightarrow \sqrt{x^2} = x, \sqrt{64} = 8$$

$$x^2 - 16x + 64 = (x - 8)^2 \quad \text{לדוגמה:}$$

$$9x^2 - 64 \longrightarrow \sqrt{9x^2} = 3x, \sqrt{64} = 8$$

$$9x^2 - 64 = (3x - 8)(3x + 8)$$

נוסחאות כפל מקוצר בשברים:

כאשר המכנה רשום כסכום איברים, ניתן להכפילו בהפרש אותם האיברים כדי לגרום לצמצום של חלק מהמונה בחלק מהמכנה ולהיפך:

$$\frac{x-3}{\sqrt{x}+\sqrt{3}} = \frac{(x-3)(\sqrt{x}-\sqrt{3})}{(\sqrt{x}+\sqrt{3})(\sqrt{x}-\sqrt{3})} = \frac{(x-3)(\sqrt{x}-\sqrt{3})}{(x-3)} = (\sqrt{x}-\sqrt{3}) \quad \text{לדוגמה:}$$

שברים

$$\frac{x}{3} + \frac{5}{3} = \frac{x+5}{3} \quad \text{יצירת מכנה משותף. לדוגמה:}$$

$$\frac{x}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{5x}{15} \quad \text{הרחבה וצמצום. לדוגמה:}$$

$$\frac{6x+5}{3} = \frac{6x}{3} + \frac{5}{3} = 2x + \frac{5}{3} \quad \text{פירוק מונים. לדוגמה:}$$

$$\frac{x}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5x}{15} + \frac{6}{15} = \frac{5x+6}{15} \quad \text{פעולות חשבון. לדוגמה:}$$

$$2\frac{x}{3} = \frac{2 \times 3 + x}{3} = \frac{6+x}{3} \quad \text{המרות שברים לסוגים השונים. לדוגמה:}$$

חוקי חזקות ושורשים

חקירת ביטויים

הגדלת ביטוי

- הקטנת המכנה
- הגדלת המונה
- חיבור איברים חיוביים
- חיסור איברים שליליים

הקטנת ביטוי

- הגדלת המכנה
- הקטנת המונה
- חיסור איברים חיוביים
- חיבור איברים שליליים