

תרגול גיאומטריה כללי

עליך לקבוע לגבי כל אחד מהמשפטים הבאים האם הוא נכון או לא נכון

1. סכום הזוויות החיצונית במשולש ישר זווית גדול יותר מסכום זוויות חיצוניות של משולש קהה זווית.
2. יכול להתקיים משולש שאורכי צלעותיו 2, 4 ו- 7.
3. יכול להתקיים משולש שזוויותיו הן 41° , 51° ו- 78° .
4. במשולש יש רק אלכסון אחד.
5. יכול להתקיים משולש שאורכי צלעותיו 12, 13 ו- 17 שזוויותיו 70° , 40° ו- 70° .
6. יכול להתקיים משולש שאורכי צלעותיו 3, 4 ו- 5 שזוויותיו 30° , 60° ו- 90° .
7. במשולש שווה שוקיים כל אנך הוא גם חוצה זווית וגם תיכון.
8. במשולש שווה שוקיים שבו זווית הראש 60° אורך הבסיס שווה לממוצע אורכי השוקיים.
9. במשולש שווה צלעות כל אנך הוא גם חוצה זווית וגם תיכון.
10. בהעברת כל הגבהים במשולש שווה צלעות נקבל 6 משולשי 30° , 60° , 90° חופפים.
11. במשולש ישר זווית ושווה שוקיים, היתר גדול מהניצב פי 2.
12. יכול להתקיים משולש ישר זווית שבו זווית אחת גדולה פי 3 מזווית אחרת.
13. אלכסון הדלתון העובר בין הצלעות השוות מחלק את האלכסון השני ביחס של 1:3.
14. בדלתון שני זוגות של זוויות שוות.
15. שני אלכסוני הדלתון חוצים את הזוויות מהם יצאו.
16. מרובע ששלוש מזוויותיו הן 55° , 90° ו- 125° הוא בהכרח טרפז ישר זווית.
17. בטרפז שווה שוקיים יחס הבסיסים הוא 1:2.
18. טרפז החסום במעגל הוא בהכרח טרפז שווה שוקיים.
19. העברת אלכסון במקבילית יוצרת שני משולשים שווים שטח.
20. חיבור אמצעי צלעות ריבוע יוצר ריבוע נוסף.
21. כשאלכסוני המעוין שווים זה לזה ניתן להסיק שכל זווית במעוין שווה 90° .
22. אם זוויות סמוכות במקבילית שוות זו לזו, גם האלכסונים שווים.
23. אם צלעות סמוכות במקבילית שוות זו לזו, אלכסוניה מאונכים זה לזה.
24. העברת אלכסון אחד במלבן תמיד יוצרת שני משולשי 30° , 60° , 90° .
25. על קשת במעגל יכולות להיות רק זווית מרכזית אחת וזווית היקפית אחת.
26. זווית היקפית הנשענת על קשת שאורכה רבע מהיקף המעגל שווה ל 25° .
27. שטח מעגל החוסם ריבוע גדול פי 2 משטח הריבוע.
28. חיבור שני טרפזים שווים שוקיים חופפים בבסיסם הגדול יוצר בהכרח משושה משוכלל.
29. במחומש חמישה אלכסונים.
30. ככל שמספר הצלעות של מצולע משוכלל גדול יותר, הזווית הפנימית קטנה יותר.

שאלות אמריקאיות

1. מה מהבאים אינו נכון לגבי אלכסוני ריבוע?

- (1) הם שווים זה לזה
- (2) הם מחלקים זה את זה ביחס של 1:2
- (3) הם חוצים את הזווית
- (4) הם מאונכים זה לזה

2. מה מהבאים נכון לגבי ריבוע שצלעו a ואלכסונו b ?

$$a = \sqrt{2}b \quad (1)$$

$$a = \sqrt{b} \quad (2)$$

$$a^2 = \frac{b^2}{2} \quad (3)$$

$$4a = b^2 \quad (4)$$

3. במשולש ישר זווית ושווה שוקיים כל ניצב הוא x והיתר הוא y . מה מהבאים נכון בוודאות?

$$\frac{x^2}{2} \quad (1) \text{ שטח המשולש שווה ל}$$

$$3x \quad (2) \text{ היקף המשולש גדול מ}$$

$$\frac{y^2}{4} \quad (3) \text{ שטח המשולש שווה ל}$$

(4) כל התשובות נכונות

4. אלכסוני איזה צורות שווים זה לזה?

(1) מלבן, ריבוע וטרפז שווה שוקיים

(2) מעוין, מלבן וריבוע

(3) מקבילית, מעוין ומלבן

(4) דלתון, טרפז שווה שוקיים וריבוע

5. באילו מהמקרים נקבל בהכרח משולש שזוויותיו הן 30° , 60° , 90° ?

(1) בהעברת אלכסון אחד במלבן

(2) בהעברת שני אלכסוני המעוין

(3) בהעברת שני אלכסוני הדלתון

(4) אף תשובה אינה נכונה בהכרח

6. שטח גזרה במעגל ניתן לחשב באמצעות:

(1) הזווית ההיקפית ואורך הקשת

(2) שטח המעגל ואורך הרדיוס

(3) רדיוס המעגל והיקפו

(4) הזווית המרכזית והזווית ההיקפית

7. על קוטר מעגל ששטחו 16π נבנו שלושה מעגלים שרדיוסיהם: $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$ ו-2. מה נכון בוודאות?

- (1) סכום שטחי שלושת המעגלים שווה לשטח המעגל הגדול
- (2) שטח המעגל הגדול גדול פי 3 מסכום שטחי שלושת המעגלים
- (3) היקף המעגל הגדול גדול פי 2 מסכום היקפי שלושת המעגלים
- (4) היקף המעגל הגדול שווה לסכום היקפי שלושת המעגלים

8. זווית היקפית הגדולה מ 90° -

- (1) נשענת על מיתר גדול יותר מהקוטר
- (2) לא קיימת זווית היקפית גדולה מ 90°
- (3) נשענת על קשת גדולה מחצי היקף המעגל
- (4) תשובות (1) ו(3) נכונות

9. היחס בין היקף מעגל שרדיוסו r לבין שטחו הוא:

- (1) $2:r$
- (2) $2:r^2$
- (3) $2:\pi$
- (4) $2:\frac{r}{\pi}$

10. מה מהבאים אינו נכון לגבי מקבילית?

- (1) אלכסוני המקבילית חוצים זה את זה
- (2) סכום זוויות נגדיות הוא 180°
- (3) כל זוג צלעות נגדיות מקבילות ושוות
- (4) זוויות נגדיות שוות

11. מה יכולים להיות יחסי הזוויות במשולש שצלעותיו הן 21, 28 ו 35?

- (1) $1\frac{1}{2}:3:4\frac{1}{2}$
- (2) $2:2\frac{1}{2}:4\frac{1}{2}$
- (3) $\frac{1}{2}:1\frac{1}{2}:2\frac{1}{2}$
- (4) $1\frac{1}{2}:1\frac{1}{2}:3$

12. מה מהבאים לא יכול להתקיים במשולש שווה שוקיים?

- (1) בסיס ששווה באורכו למחצית השוק
- (2) קבלת שני משולשי 30° , 60° , 90° בעת הורדת גובה לבסיס
- (3) זווית בסיס שגודלה 90°
- (4) זווית ראש ששווה למחצית מזווית הבסיס

13. בהעברת אלכסון במרובע, מה ייתכן שהתקבל?

- (1) שני משולשים שווי צלעות
- (2) משולש $90^\circ, 45^\circ, 45^\circ$ ומשולש $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$
- (3) משולש שווה שוקיים ומשולש שווה צלעות
- (4) כל התשובות נכונות

14. מה מהבאים נכון לגבי ריבוע שצלעו a החוסם מעגל?

- (1) היחס בין היקף הריבוע להיקף המעגל הוא $4 : \pi a$
- (2) רדיוס המעגל שווה ל $\frac{a}{\sqrt{2}}$
- (3) היחס בין שטח הריבוע לשטח המעגל הוא $1 : \frac{\pi}{4}$
- (4) אלכסון הריבוע גדול פי 2 מרדיוס המעגל.

15. מה אינו נכון לגבי משושה שצלעו π החוסם במעגל?

- (1) שליש משטח המשושה שווה לרבע משטח המעגל
- (2) קוטר המעגל שווה ל 2π
- (3) היחס בין שטח המשושה לשטח המעגל הוא $3\sqrt{3} : 2\pi$
- (4) היחס בין היקף המשושה להיקף המעגל הוא $3 : \pi$

מפתח תשובות נכונות

נכון/ לא נכון

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
1.	לא נכון	6.	לא נכון	11.	לא נכון	16.	לא נכון	21.	נכון	26.	לא נכון
2.	לא נכון	7.	לא נכון	12.	נכון	17.	נכון	22.	נכון	27.	לא נכון
3.	לא נכון	8.	נכון	13.	לא נכון	18.	נכון	23.	נכון	28.	לא נכון
4.	לא נכון	9.	נכון	14.	לא נכון	19.	נכון	24.	לא נכון	29.	נכון
5.	לא נכון	10.	נכון	15.	לא נכון	20.	נכון	25.	לא נכון	30.	לא נכון

הסברים:

- לא נכון. סכום הזוויות החיצוניות בכל משולש הוא 360° .
- לא נכון. במשולש כל אחת מהצלעות קטנה מסכום שתי הצלעות האחרות וגדולה מהפרשן לכן משולש כזה לא יכול להתקיים: $7 - 4 > 2$.
- לא נכון. $41 + 51 + 78 = 170$ וסכום הזוויות במשולש שווה ל 180° .
- לא נכון. אלכסון מחבר קודקודים שאינם סמוכים ובמשולש כל קודקוד סמוך לשניים האחרים כך שבמשולש אין אלכסונים.
- לא נכון. במשולש בו שתי זוויות שוות זו לזו, גם שתיים מהצלעות יהיו שוות זו לזו- מול צלעות שוות יהיו זוויות שוות.
- לא נכון. משולש שזוויותיו הן 30° , 60° ו- 90° מקיים יחס בין צלעותיו של $1 : \sqrt{3} : 2$ והשלשה הפיתגורית 3, 4, 5 לא מקיימת יחס כזה.
- לא נכון. במשולש שווה שוקיים רק האנך היוצא מזווית הראש אל הבסיס הוא גם חוצה זווית וגם תיכון.
- נכון. משולש שווה שוקיים שבו זווית הראש 60° הוא למעשה משולש שווה צלעות וכל אחת מהצלעות שווה בדיוק לשתיים האחרות ומשום כך גם לממוצע שלהן.
- נכון. במשולש שווה צלעות כל אנך הוא גם חוצה זווית וגם תיכון.
- נכון. בהעברת כל הגבהים במשולש שווה צלעות נקבל 6 משולשי 30° , 60° , 90° חופפים. בהעברת גובה אחד נקבל שני משולשי 30° , 60° , 90° .
- לא נכון. היחס בין הצלעות במשולש ישר זווית ושווה שוקיים הוא $1 : 1 : \sqrt{2}$ ולכן היתר גדול מהניצב פי $\sqrt{2}$.
- נכון. במשולש שזוויותיו הן 30° , 60° , 90° הזווית הישרה גדולה פי 3 מהזווית הקטנה שגודלה 30° .
- לא נכון. אלכסון הדלתון העובר בין הצלעות השוות הוא תיכון לאלכסון השני ולכן הוא מחלק אותו ביחס של 1:1.
- לא נכון. בדלתון זוג אחד של זוויות שוות.
- לא נכון. רק האלכסון העובר בין הצלעות השוות חוצה את הזוויות.
- לא נכון. מרובע כזה יכול להיות גם דלתון.
- לא נכון. בטרפז שווה שוקיים יחס הבסיסים אינו קבוע ומשתנה מטרפז לטרפז.
- נכון. טרפז החסום במעגל הוא בהכרח טרפז שווה שוקיים.
- נכון. העברת אלכסון במקבילית יוצרת שני משולשים בעלי אותו גובה ובסיסים זהים ומכאן שהם שווים שטח.
- נכון. חיבור אמצעי צלעות ריבוע יוצר ריבוע נוסף.
- נכון. כשאלכסוני המעוין שווים זה לזה, מדובר למעשה במעוין שכל זוויותיו שוות או בריבוע, ובריבוע כל זווית שווה 90° .

22. נכון. אם הזוויות הסמוכות במקבילית שוות זו לזו, מדובר למעשה במלבן, ובמלבן, האלכסונים שווים זה לזה.
23. נכון. אם צלעות סמוכות במקבילית שוות זו לזו, מדובר למעשה במעוין, ובמעוין האלכסונים מאונכים זה לזה.
24. לא נכון. העברת אלכסון אחד במלבן יוצרת שני משולשים ישרי זווית. רק אם היחס בין צלעות המלבן הוא $1:\sqrt{3}$ אז ייווצרו משולשי $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.
25. לא נכון. על קשת במעגל יכולות זוויות היקפיות רבות ורק זווית מרכזית אחת.
26. לא נכון. זווית היקפית הנשענת על קשת שאורכה רבע מהיקף המעגל שווה ל 45° .
27. לא נכון. במעגל כזה קוטר המעגל שווה לאלכסון הריבוע ושטח המעגל גדול פי $\frac{\pi}{2}$ משטח הריבוע.
28. לא נכון. משושה משוכלל ייווצר מחיבור שני טרפזים שווי שוקיים חופפים בבסיסם הגדול רק כשבסיסם הקטן שווה לשוקיים.
29. נכון. במחומש חמישה אלכסונים.
30. לא נכון. זווית פנימית במצולע משוכלל שלו n צלעות מחושבת בצורה הבאה: $\frac{180(n-2)}{n}$ וככל שמספר הצלעות גדול יותר, כך הזווית הפנימית גדולה יותר.

שאלה	תשובה	שאלה	תשובה	שאלה	תשובה
1.	(2)	6.	(1)	11.	(2)
2.	(3)	7.	(4)	12.	(3)
3.	(4)	8.	(3)	13.	(4)
4.	(1)	9.	(1)	14.	(3)
5.	(4)	10.	(2)	15.	(1)

הסברים:

1. התשובה הנכונה היא (2). הסבר: אלכסוני הריבוע שווים זה לזה, חוצים את הזוויות, מאונכים זה לזה וחוצים זה את זה, כלומר מחלקים זה את זה ביחס של 1:1 ולא 1:2.
2. התשובה הנכונה היא (3). הסבר: גם a^2 (-) מכפלת הצלעות וגם $\frac{b^2}{2}$ (-) מכפלת האלכסונים לחלק ל2) הן דרכים לחשב את שטח הריבוע, ולכן שני הביטויים שווים זה לזה.
3. התשובה הנכונה היא (4). הסבר: נבחן את התשובות: תשובה מס' (1) מראה לנו את נוסחת השטח של כל משולש ישר זווית- מכפלת הניצבים לחלק ל2 תשובה מס' (2) מתייחסת לתיקוף. מכיוון שמדובר במשולש כסף שצלעותיו הן x , $x - y$ גודלו של y הוא למעשה $\sqrt{2}x$. התיקוף יהיה $2x + \sqrt{2}x$ ומכיוון ש $\sqrt{2} > 1$ הרי שהתיקוף יהיה גדול מ $3x$. תשובה מס' (3) מזכירה לנו למעשה משולש כסף נוצר מהעברת אלכסון בתוך ריבוע והאלכסון משמש כיתר במשולש הכסף. אם שטח הריבוע הוא מכפלת האלכסונים לחלק ל2 הרי ששטח משולש כזה הוא חצי משטח ריבוע שאלכסונו הוא y . ולכן שטח המשולש הוא גם $\frac{y^2}{4}$. והתשובה הנכונה היא (4).
4. התשובה הנכונה היא (1). הסבר: אלכסוני מלבן, ריבוע וטרפז שווה שוקיים שווים זה לזה. שוויון האלכסונים זו אינה תכונה של אלכסוני מעוין, מקבילית ודלתון.
5. התשובה הנכונה היא (4). הסבר: בשלושת המקרים נקבל משולשים ישרי זווית אבל לאו דווקא משולש זהב.
6. התשובה הנכונה היא (1). הסבר: שטח גזרה מחושב על ידי שטח המעגל והזווית המרכזית: מהזווית ההיקפית נוכל לחשב את הזווית המרכזית ובשילוב עם אורך הקשת נדע את היקף המעגל ולכן גם את הרדיוס. באמצעות הרדיוס נחשב את שטח המעגל ובהסתמך על הזווית המרכזית שגילינו נדע מה שטח הגזרה. תשובות (2) ו-(3) מספקות נתונים רק על המעגל ותשובה (4) רק על הגזרה או הקשת. יש צורך לשלב נתונים על הגזרה עם נתונים על המעגל כדי לחשב שטח גזרה.
7. התשובה הנכונה היא (4). הסבר: נוסחת היקף המעגל: $2\pi r$ מראה לנו למעשה שהיקף תלוי אך ורק בגודל הקוטר - $2r$. לכן ניתן לראות שקוטר המעגל הגדול שווה באורכו לשלושת הקטרים של המעגלים הקטנים ולכן- היקפיהם שווים. נוכל גם לחשב זאת על סמך נתוני השאלה.

8. התשובה הנכונה היא (3). הסבר: זווית היקפית הגדולה מ 90° זו זווית הנשענת על קשת שאורכה גדול יותר מחצי היקף המעגל. אין במעגל מיתר ארוך יותר מהקוטר ואין במעגל זווית היקפית הגדולה מ 90° !

9. התשובה הנכונה היא (1). הסבר: נחשב ונראה שהיקף מעגל שרדיוסו r הוא: $2\pi r$; שטח המעגל הוא: πr^2 . כעת נבדוק מה היחס ביניהם:

$$2\pi r : \pi r^2$$

$$2r : r^2$$

$$2 : r$$

10. התשובה הנכונה היא (2). הסבר: במקבילית, סכום הזוויות הסמוכות הוא 180° ולא הנגדיות.

11. התשובה הנכונה היא (2). הסבר: מכיוון שמדובר בשלשה פיתגורית (הרחבה של השלשה 3:4:5 פי 7), נחפש יחס בין הזוויות כשאות הזוויות תהיה זווית ישרה. נרחיב את היחסים ונראה: תשובה מס' (1):

$$1\frac{1}{2} : 3 : 4\frac{1}{2}$$

$$3 : 6 : 9$$

$$30 : 60 : 90$$

זהו משולש זהב שבו הצלעות מקיימות יחס של $1 : \sqrt{3} : 2$ ולכן השלשה 20, 21, 29 לא מתאימה והתשובה נפסלת.

תשובה מס' (3):

$$\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2}$$

$$1 : 3 : 5$$

$$20 : 60 : 100$$

זהו משולש קהה זווית ולא מקיים כלל את משפט פיתגורס. התשובה נפסלת. תשובה מס' (4):

$$1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2} : 3$$

$$3 : 3 : 6$$

$$45 : 45 : 90$$

זהו משולש כסף שבו הצלעות מקיימות יחס של $1 : 1 : \sqrt{2}$, כלומר, כמו בכל משולש שווה שוקיים- שתיים מהצלעות שוות זו לזו וזה אינו המקרה כאן. התשובה נפסלת.

תשובה מס' (2):

$$2 : 2\frac{1}{2} : 4\frac{1}{2}$$

$$4 : 5 : 9$$

$$40 : 50 : 90$$

זו התשובה הנכונה.

12. התשובה הנכונה היא (3). הסבר: מכיוון שזוויות הבסיס שוות זו לזו, סכומן יהיה 180° ומשולש כזה לא יכול להתקיים.

13. התשובה הנכונה היא (4). הסבר: כל מרובע ניתן לחלק לשני משולשים ומכאן שמצירוף של איזה שני משולשים שנרצה נקבל מרובע כלשהוא ולכן כל התשובות אפשריות.

14. התשובה הנכונה היא (3). הסבר:

בריבוע החוסם מעגל, צלע הריבוע שווה לקוטר המעגל ומכאן שרדיוס המעגל הוא $\frac{a}{2}$.

שטח הריבוע שווה ל a^2 ; שטח המעגל שווה ל $\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{4}$. לכן היחס ביניהם הוא:

$$a^2 : \frac{\pi a^2}{4}$$

נחלק את שני האגפים ב a^2 ונקבל:

$$1 : \frac{\pi}{4}$$

15. התשובה הנכונה היא (1). הסבר:

תשובה מס' (2): במשושה משוכלל החסום במעגל, שווה אורך הצלע לרדיוס המעגל החוסם. לכן אם אורך הצלע π אורך הקוטר הוא 2π .

תשובה מס' (3): שטח המשושה הוא $6 \cdot \frac{\pi^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}\pi^2}{2}$; שטח המעגל הוא: π^3 לכן היחס ביניהם הוא:

$$\frac{3\sqrt{3}\pi^2}{2} : \pi^3$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} : \pi$$

$$3\sqrt{3} : 2\pi$$

תשובה מס' (4): היקף המשושה הוא 6π . היקף המעגל שרדיוסו π הוא $2\pi \cdot \pi = 2\pi^2$ לכן היחס ביניהם הוא:

$$6\pi : 2\pi^2$$

$$3\pi : \pi^2$$

$$3 : \pi$$